الفصل التمهيدي: مقدمة في التحليل الاقتصادي

يعد علم الاقتصاد أحد أهم فروع العلوم الاجتماعية باعتباره العلم الذي يبحث في كيفية معالجة المشاكل التي تواجه المجتمعات في يتعلق بمستوى معيشتهم ورفاهيتهم الاقتصادية.

1. **مفهوم علم الاقتصاد:**

يعرفه ادم سميث: "العلم الذي يبحث في طبيعة الثروة وكل ما يتصل بها".

بينما يعرفه الفريد مارشال في كتابه مبادئ الأمم، " هو أحد العلوم الإنسانية الذي يختص بالجانب الاقتصادي والاجتماعي في حياة الفرد، ويتناول كيفية استخدام المقومات المادية لتحقيق الرفاهية",

وعليه يمكن تعريفه على أنه: أحد العلوم الاجتماعية التي تبحث في كيفية استخدام الموارد الاقتصادية المحدودة في اشباع حاجات المجتمع اللامحدودة.

2. **المشكلة الاقتصادية:**

تعني ندرة الموارد المتاحة مقابل الاحتياجات الإنسانية المتعددة واللانهائية، والتي ينتج عنها مشكل الاختيار (أي التضحية بحاجات ورغبات على حساب أخرى)

الفصل الأول: نظرية الطلب

1. **تعريف الطلب:** هو الكميات المختلفة من السلعة التي يرغب ويستطيع المستهلك اقتنائها مقابل أسعار محددة وفي فترة زمنية معينة.
2. **محددات الطلب: هي** مجموعة العوامل المؤثرة في الطلب وتنقسم الى:

- **محددات كمية:** متغيرات يمكن قياسها عدديا ونقديا وهي: سعر السلعة أو الخدمة المطلوبة، الدخل المخصص للاستهلاك، سعر السلع الأخرى.
- **محددات كيفية:** هي محددات لا يمكن قياسها لا نقديا ولا عدديا وهي (أذواق المستهلكين، توقعات المستهلكين، الدين، التقاليد، عدد السكان، الظروف الموسمية، الاعلام والترويج)

3. **دالة الطلب: تعبر** عن العلاقة الارتباطية بين الكمية المطلوبة من سلعة ما مختلف العوامل المؤثرة فيهاو يمكن صياغتها بالعلاقة الرياضية التالية:

$$Qd_x = f(P_x, P_y, R, G, \ldots\ldots)$$

حيث أن:

Qd_x: تمثل الكمية المطلوبة من السلعة x.

f: دالة أو تابع.

P_x: يمثل سعر السلعة x.

P_y: يمثل سعر السلع الأخرى المكملة أو البديلة y.

R: يمثل دخل المستهلك.

G: يمثل ذوق المستهلك.

بافتراض تباث باقي المحددات ماعدا سعر السلعة، تصبح العلاقة الرياضية:

$$Qd_x = a - b\,P_x$$

حيث أن:

Qd_x: تمثل الكمية المطلوبة من السلعة x.

a: تمثل الكمية المطلوبة عندما يكون السعر معدوم (السلعة مجانية).

b: يمثل ميل دالة الطلب، أي يمثل مقدار التغير في الكمية المطلوبة عند تغير السعر بوحدة واحدة.

P_x: يمثل سعر السلعة x.

نلاحظ أن ميل دالة الطلب سالب (**b –**) لأن العلاقة عكسية بين سعر السلعة والكمية المطلوبة منها، حيث أنه كلما زاد سعر السلعة كلما انخفضت الكمية المطلوبة منها والعكس صحيح.

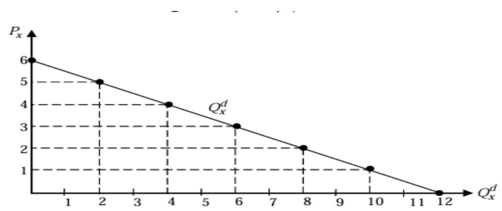
4. **جدول الطلب:** يعبر عن العلاقة بين كمية السلعة المطلوبة وسعرها:

الجدول رقم (1–1): جدول الطلب

سعر السلعة P_x	0	1	2	3	4	5	6
الكمية المطلوبة Qd_x	12	10	8	6	4	2	0

يوضح جدول الطلب العلاقة العكسية بين سعر السلعة P_x والكمية المطلوبة منها Qd_x، حيث نلاحظ أنه ارتفاع سعر السلعة من 0 و.ن إلى 6 و.ن يؤدي إلى انخفاض الكمية المطلوبة منها من 12 وحدة إلى 0 وحدة.

5. **منحنى الطلب:** عبارة عن التمثيل الهندسي لجدول الطلب:



يتضح لنا من الشكل السابق أن منحنى الطلب ينحدر من أعلى إلى أسفل ومن اليسار إلى اليمين للدلالة على الميل السالب نتيجة العلاقة العكسية بين سعر السلعة P_x والكمية المطلوبة منها Qd_x، حيث أن كلما ارتفع سعر السلعة كلما انخفضت الكمية المطلوبة منها والعكس صحيح.

6. **طلب السوق:** الطلب الفردي يمثل طلب مستهلك واحد، أما الطلب السوقي فيمثل مجموعة طلبات كل الافراد (المستهلكين) الموجودين في السوق.

7. **أمثلة:**

التمرين الأول:

إذا كانت دالة الطلب السوقي على السلعة (x) كالتالي:

$$Qd_x = 100 - 5\,P_x$$

المطلوب:

1. أوجد سعر الطلب إذا كانت الكمية المطلوبة تساوي: 12.5 وحدة، 25 وحدة.
2. أوجد الكمية المطلوبة إذا كان السعر يساوي: 7.5 و.ن، 12 و.ن.

الحل:

1.1: إيجاد سعر الطلب إذا كانت الكمية المطلوبة تساوي 12.5 وحدة:

نعوض الكمية المطلوبة في دالة الطلب نجد:

$Qd_x = 100 - 5\,P_x \Rightarrow 12.5 = 100 - 5\,P_x \Rightarrow P_x = 17.5$ و.ن

2.1: إيجاد سعر الطلب إذا كانت الكمية المطلوبة تساوي 25 وحدة:

$Qd_x = 100 - 5\,P_x \Rightarrow 25 = 100 - 5\,P_x \Rightarrow P_x = 15$ و.ن

1.2: إيجاد الكمية المطلوبة إذا كان السعر يساوي 7.5 و.ن:

نعوض السعر في دالة الطلب نجد:

$Qd_x = 100 - 5\,P_x \Rightarrow Qd_x = 100 - 5\ (7.5) \Rightarrow Qd_x = 62.5$ وحدة

2.2: إيجاد الكمية المطلوبة إذا كان السعر يساوي 12 و.ن:

$Qd_x = 100 - 5\,P_x \Rightarrow Qd_x = 100 - 5\ (12) \Rightarrow Qd_x = 40$ وحدة

التمرين الثاني:

لتكن لدينا دالة الطلب التالية والمتعلقة بالسلعة (x):

$$Qd_x = 12 - 2\,P_x$$

المطلوب:

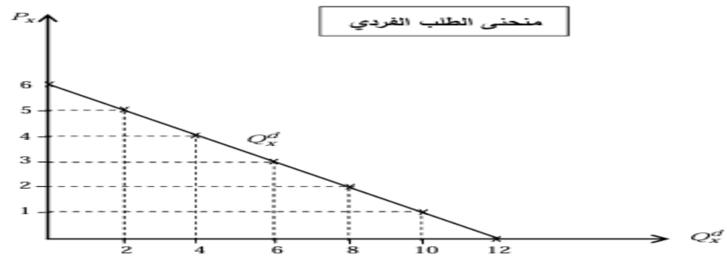
1. إعداد جدول الطلب الفردي.
2. رسم منحنى الطلب الفردي.
3. ما هي أقصى كمية يمكن أن يطلبها هذا الفرد من السلعة (x).

الحل:

1. إعداد جدول الطلب الفردي:

سعر السلعة P_x	0	1	2	3	4	5	6
الكمية المطلوبة Qd_x	12	10	8	6	4	2	0

2. رسم منحنى الطلب الفردي:



3. أقصى كمية يمكن أن يطلبها هذا الفرد من هذه السلعة هي: 12 وحدة، ويحدث ذلك عندما يكون السعر مساويا الصفر، وتسمى النقطة بنقطة تشبع الفرد.

التمرين الثالث:

انطلاقا من معطيات جدول الطلب التالي على السلعة (x):

P_x	1	2	3	4	5	6
Qd_x	16	14	12	10	8	6

المطلوب:

1. أوجد الصيغة الرياضية لدالة الطلب على السلعة (x).

الحل:

1. إيجاد الصيغة الرياضية لدالة الطلب على السلعة (x):

يتم كتابة الصيغة العامة لدالة الطلب والتي تكون من الشكل: $Qd_x = a - b\,P_x$

✓ **نقوم أولا بحساب ميل الدالة b :**

ويشير ميل دالة الطلب إلى مقدار التغير في الكمية المطلوبة على مقدار التغير في سعرها بين نقطتين، ويتم التعبير عن ذلك وفق العلاقة التالية:

$$b = \frac{\Delta Q}{\Delta P} = \frac{Q2-Q1}{P2-P1}$$

نأخذ قيم إحداثيات نقطتين من جدول الطلب ونعوضهما في العلاقة السابقة:

$$b = \frac{\Delta Q}{\Delta P} = \frac{Q2-Q1}{P2-P1} = \frac{14-16}{2-1} = -2$$

ويصبح الشكل المبدئي لدالة الطلب كما يلي:

$$Qd_x = a - 2\,P_x$$

✓ **نقوم بحساب الثابت a :**

نأخذ قيم إحداثيات أي نقطة من جدول الطلب ونعوضها في الدالة السابقة:

$$Qd_x = a - 2\,P_x \quad \Rightarrow \quad 12 = a - 2\,(3) \quad \Rightarrow \quad 12 = a - 6 \quad \Rightarrow \quad a = 18$$

ومنه فإن الصيغة الرياضية لدالة الطلب لهذه السلعة تكون من الشكل:

$$\mathbf{Qd_x = 18 - 2\,P_x}$$

التمرين الرابع:

يتواجد في سوق سلعة البرتقال 1000 مستهلك، فإذا كانت دالة الطلب الفردي على هذه السلعة ممثلة بالشكل التالي: $\mathbf{Qd_x = 8 - P_x}$

وأخذ السعر المستويات التالية متبعا العد التنازلي من 8 إلى 0.

المطلوب:

1. حدد دالة طلب السوق.
2. حدد الكمية المطلوبة عند مختلف الأسعار.
3. أرسم منحنى طلب السوق.

الحل:

1. تحديد دالة طلب السوق:

لدينا دالة الطلب الفردي من الشكل: $Qd_x = 8 - P_x$

ولدينا عدد المستهلكين في السوق : 1000 مستهلك

منه يتم إيجاد دالة طلب السوق وفق العلاقة التالية:

$$Qd_M = N \cdot Qd_x$$

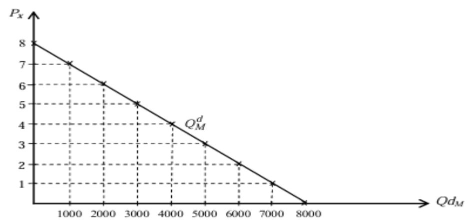
$$= 1000 \cdot (8 - P_x)$$

$$\mathbf{Qd_M = 8000 - 1000\, P_x}$$

2. تحديد الكمية المطلوبة عند مختلف الأسعار (جدول الطلب السوقي):

P_x	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Qd_M	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000

3. رسم منحنى طلب السوق:



الفصل الثاني: العرض

1. **تعريف العرض:** الكميات التي يقبل البائعون بيعها من سلعة ما عند ثمن معين وفي فترة زمنية معينة مع ثبات باقي العوامل

محددات العرض: مجموعة العوامل التي تؤثر في العرض، ومن أهمها: سعر السلعة، أسعار السلع والخدمات الأخرى، أسعار عوامل الإنتاج، المستوى الفني للإنتاج (التطور التكنولوجي)، مستوى الضرائب والاعانات.

2. **دالة العرض:** تعبر عن العلاقة الارتباطية بين الكمية المعروضة من سلعة ما ومختلف العوامل التي تحكمها، وتمكن صياغتها بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\mathbf{Qs_x = f\,(P_x, P_y, P_{L,K}, T, t, ة, \ldots)}$$

حيث أن:

Qs_x: تمثل الكمية المعروضة من السلعة x.

f: دالة أو تابع.

P_x: يمثل سعر السلعة x.

P_y: يمثل سعر السلع الأخرى المكملة أو البديلة y.

$P_{L,K}$: يمثل أسعار عوامل الإنتاج.

T: يمثل المستوى الفني أو التطور التكنولوجي.

t: تمثل الضرائب.

ة: تمثل الإعانات.

لا يمكن دراسة تأثير كل هذه العوامل جملة واحدة وعليه يتوجب علينا تثبيت مجموعة من هذه العوامل وترك عاملا واحدا فقط متغير ، وذلك كما يلي:

$$\mathbf{Qs_x = f\,(P_x, \overline{Py}, \overline{P}_{L,K}, \overline{T}, \overline{t}, \overline{ة}, \ldots)}$$

في هذه الحالة ندرس مدى تأثير تغير المتغير المستقل P_x (سعر السلعة المدروسة) على المتغير التابع Qs_x (الكمية المعروضة منها) مع افتراض ثبات العوامل الأخرى، فتصبح دالة العرض كما يلي:

$$\mathbf{Qs_x = f\,(P_x)}$$

ويمكن كتابة هذه الدالة في شكل بسيط لمعادلة العرض كما يلي:

$$\mathbf{Qs_x = c + d\, P_x}$$

حيث أن:

Qs_x: تمثل الكمية المعروضة من السلعة x.

c: تمثل الكمية المعروضة عندما يكون السعر معدوم.

d: يمثل ميل دالة العرض، ويشير إلى مقدار التغير في الكمية المعروضة عند تغير السعر بوحدة واحدة.

P_x: يمثل سعر السلعة x.

3. جدول العرض:

يوضح جدول العرض الكميات المعروضة من سلعة ما عند مستويات مختلفة للسعر، والجدول الموالي يبين لنا أحد أشكال جدول العرض على سلعة معينة:

الجدول رقم (2−1): جدول العرض

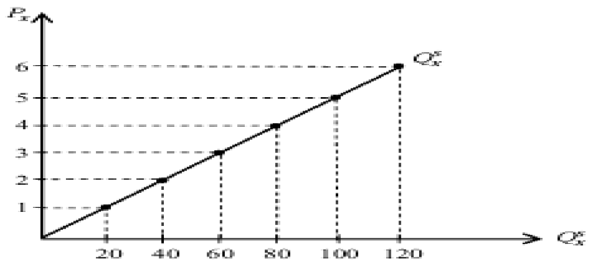
سعر السلعة P_x	0	1	2	3	4	5	6
الكمية المعروضة Qs_x	0	20	40	60	80	100	120

يوضح جدول العرض العلاقة الطردية بين سعر السلعة P_x والكمية المعروضة منها Qs_x، حيث نلاحظ أن ارتفاع سعر السلعة (x) من 0 و.ن إلى 6 و.ن أدى إلى ارتفاع الكمية المعروضة من السلعة (x) من 0 إلى 120 وحدة.

4. منحنى العرض:

يوضح منحنى العرض كيفية تطور عرض السلعة بدلالة سعر البيع، ويكون هذا المنحنى بشكل عام متزايد، حيث أنه عندما يرتفع السعر تقرر الشركات إنتاج المزيد من السلع.[1]

الشكل رقم (2−1): منحنى العرض



نلاحظ من الشكل السابق أن منحنى العرض يتجه من أسفل إلى أعلى ومن اليسار إلى اليمين مائل ميله موجب نتيجة العلاقة الطردية بين سعر السلعة P_x والكمية المعروضة منها Qs_x، حيث أنه كلما ارتفع سعر السلعة كلما ارتفعت الكميات المعروضة منها، والعكس صحيح.

5. أمثلة:

التمرين الثاني:

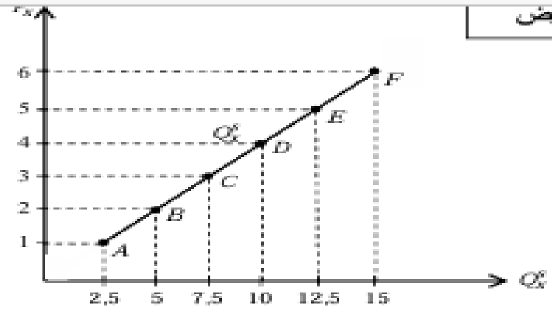
انطلاقا من جدول العرض التالي للسلعة (x):

النقاط	A	B	C	D	E	F
P_x	1	2	3	4	5	6
Qs_x	2.5	5	7.5	10	12.5	15

المطلوب:

1. مثل بيانيا تغيرات العرض لهذه السلعة.
2. أوجد الصيغة الرياضية لدالة العرض للسلعة (x).

منحنى العرض



2. إيجاد الصيغة الرياضية لدالة العرض للسلعة (x):

يتم كتابة الصيغة العامة لدالة العرض والتي تكون من الشكل:

$$Qs_x = c + d\ P_x$$

✓ **نقوم أولا بحساب ميل الدالة d :**

ويشير ميل دالة العرض إلى مقدار التغير في الكمية المعروضة على مقدار التغير في سعرها بين نقطتين، ويتم التعبير عن ذلك وفق العلاقة التالية:

$$d = \frac{\Delta Q}{\Delta P} = \frac{Q2 - Q1}{P2 - P1}$$

نأخذ قيم إحداثيات النقطتين A و B من جدول العرض ونعوضهما في العلاقة السابقة:

$$d = \frac{\Delta Q}{\Delta P} = \frac{Q2 - Q1}{P2 - P1} = \frac{5 - 2.5}{2 - 1} = 2.5$$

ويصبح الشكل المبدئي لدالة العرض كما يلي:

$$Qs_x = c + 2.5\ P_x$$

✓ **نقوم بحساب الثابت c :**

نأخذ قيم إحداثيات أي نقطة من جدول العرض ولتكن النقطة C ونعوضها في الدالة السابقة:

$$Qs_x = c + 2.5\ P_x \Rightarrow 7.5 = c + 2.5\ (3) \Rightarrow 7.5 = c + 7.5 \Rightarrow c = 0$$

ومنه فإن الصيغة الرياضية لدالة العرض لهذه السلعة تكون من الشكل:

$$\mathbf{Qs_x = 2.5\ P_x}$$

التمرين الثالث:

يحتوي سوق على أربع مؤسسات تتنافس فيما بينها على تقديم نفس السلعة في السوق، حيث تتمثل دوال العرض لكل فرد منهم كما يلي:

$Qs_1 = 32 + 5\ P_x$, $Qs_2 = 16 + 4\ P_x$, $Qs_3 = 60 + 7\ P_x$, $Qs_4 = 5 + P_x$

المطلوب :

1. أوجد دالة العرض السوقي.

الحل:

1. إيجاد دالة العرض السوقي:

يتم إيجاد دالة العرض السوقي وفق العلاقة التالية:

$$\mathbf{QSM = \sum_{i=1}^{n} QSi \quad \Rightarrow QSM = QS1 + QS2 + QS3 + \cdots + QSn}$$

$$\begin{aligned} QSM &= Qs_1 + Qs_2 + Qs_3 + Qs_4 \\ &= (32 + 5\ P_x) + (16 + 4P_x) + (60 + 7\ P_x) + (5 + P_x) \\ &= (32 + 16 + 60 + 5) + (5 + 4 + 7 + 1)\ P_x \\ QSM &= \mathbf{113 + 17\ P_x} \end{aligned}$$

الفصل الثالث: مرونة الطلب

المرونة عموما تقيس درجة استجابة متغير لمتغير أخر

1. **تعريف مرونة الطلب: تعبر** عن درجة استجابة الطلب الى تغير أحد العوامل المؤثرة فيه. وعليه تشير الى التغير النسبي الحاصل في الكمية المطلوبة من سلعة ما، نتيجة التغير النسبي في أحد العوامل المؤثرة في الطلب.
2. **أنواع مرونات الطلب:**

- **مرونة الطلب السعرية:** تعبر عن التغير النسبي في الكمية المطلوبة من سلعة ما الناتج عن التغير النسبي في سعرها، مع افتراض بقاء العوامل الأخرى ثابتة، وبما أن العلاقة بين السعر والكمية المطلوبة من سلعة ما عكسية، فإن معامل مرونة الطلب السعرية يكون سالبا، وحتى نتجنب التعامل مع الإشارة السالبة نضع القيمة المطلقة في نتيجة المرونة المتحصل عليها.

نرمز لمرونة الطلب السعرية بالرمز Edp، ويمكن قياسها بالصيغة التالية:

$$\mathbf{Edp} = \frac{\frac{\Delta Qx}{Qx}}{\frac{\Delta Px}{Px}} = \frac{\Delta Qx}{\Delta Px} \cdot \frac{Px}{Qx} = \frac{Qx2-Qx1}{Px2-Px1} \cdot \frac{Px1}{Qx1}$$

أما في الحالة التي يكون فيها التعامل مع البيانات المستمرة (أي تلك المعبر عنها في شكل دالة طلب)، فإنه يتم استعمال المشتق كتقريب لنسبة التغير في الكمية المطلوبة إلى التغير في سعرها[1]، وبذلك يمكن قياس مرونة الطلب السعرية بالصيغة التالية:

$$\mathbf{Edp} = \frac{\delta Qx}{\delta Px} \cdot \frac{Px}{Qx}$$

حالات مرونة الطلب السعرية:

- ✓ **طلب لا نهائي المرونة:** عندما يكون معامل مرونة الطلب السعرية يؤول الى ما لا نهاية، أي أن التغير النسبي في الكمية المطلوبة أكبر بكثير من التغير النسبي في سعرها
- ✓ **طلب مرن (كثير المرونة):** عندما يكون معامل مرونة الطلب السعرية أكبر من الواحد، أي أن التغير النسبي في الكمية المطلوبة أكبر من التغير النسبي في سعرها
- ✓ **طلب متكافئ المرونة:** عندما يكون معامل مرونة الطلب السعرية مساوي للواحد، أي أن التغير النسبي في الكمية المطلوبة يساوي التغير النسبي في سعرها
- ✓ **طلب غير مرن (قليل المرونة):** عندما يكون معامل مرونة الطلب السعرية أصغر من الواحد الصحيح، أي أن التغير النسبي في الكمية أقل من التغير النسبي في السعر
- ✓ **طلب عديم المرونة:** عندما يكون معامل مرونة الطلب السعرية يساوي الصفر، أي أن التغير النسبي في الكمية المطلوبة لا يؤثر على التغير النسبي في سعرها

- **مرونة الطلب التقاطعية:**

مرونة الطلب التقاطعية للسلعة (x) بالنسبة لسعر السلعة (y) هي "التغير النسبي للكمية المطلوبة من السلعة (x) مقسومة على التغير النسبي المقابل في سعر السلعة (y)".[1]

فمرونة الطلب التقاطعية هي إذن عبارة عن "التغير النسبي في الكمية المطلوبة من سلعة ما الناتج عن التغير النسبي في سعر السلعة الأخرى مع افتراض بقاء العوامل الأخرى ثابتة".

وتسمى أيضا مرونة الطلب التقاطعية بالمرونة السعرية الغير مباشرة، نرمز لها بالرمز $E_{x,y}$، ويمكن قياسها بالصيغة التالية:

$$E_{x,y} = \frac{\frac{\Delta Qx}{Qx}}{\frac{\Delta Py}{Py}} = \frac{\Delta Qx}{\Delta Py} \cdot \frac{Py}{Qx} = \frac{Qx2-Qx1}{Py2-Py1} \cdot \frac{Py1}{Qx1}$$

وفي حالة التعامل مع البيانات المستمرة (المعبر عنها في شكل دالة طلب)، تصبح الصيغة كما يلي:

$$E_{x,y} = \frac{\delta Qx}{\delta Py} \cdot \frac{Py}{Qx}$$

حالات مرونة الطلب التقاطعية: يمكن التمييز بين ثلاث حالات لمرونة الطلب التقاطعية:

1.2.3: مرونة الطلب التقاطعية موجبة:

إذا كانت مرونة الطلب التقاطعية موجبة، أي أن: $E_{x,y} > 0$، فإن السلعتين x و y متبادلتان (متنافستان).

2.2.3: مرونة الطلب التقاطعية سالبة:

إذا كانت مرونة الطلب التقاطعية سالبة، أي أن: $E_{x,y} < 0$، فإن السلعتين x و y متكاملتان.

3.2.3: مرونة الطلب التقاطعية معدومة:

إذا كانت مرونة الطلب التقاطعية معدومة، أي أن: $E_{x,y} = 0$، فإن السلعتين x و y مستقلتان.

- **مرونة الطلب الدخلية:** تعبر عن التغير النسبي في الكمية المطلوبة من سلعة ما الناتج عن التغير النسبي في دخل المستهلك، مع افتراض بقاء العوامل الأخرى ثابتة.

نرمز لمرونة الطلب الدخلية بالرمز E_R، ويمكن قياسها بالصيغة التالية:

$$E_R = \frac{\frac{\Delta Qx}{Qx}}{\frac{\Delta R}{R}} = \frac{\Delta Qx}{\Delta R} \cdot \frac{R}{Qx} = \frac{Qx2-Qx1}{R2-R1} \cdot \frac{R1}{Qx1}$$

وفي حالة التعامل مع البيانات المستمرة (المعبر عنها في شكل دالة طلب)، تصبح الصيغة كما يلي:

$$E_R = \frac{\delta Qx}{\delta R} \cdot \frac{R}{Qx}$$

حالات مرونة الطلب الدخلية: يمكن التمييز بين أربع حالات لمرونة الطلب الدخلية:

1.2.4: مرونة الطلب الدخلية موجبة:

إذا كانت مرونة الطلب الدخلية موجبة، أي أن: $E_R > 0$، نقول عن السلعة (x) أنها عادية.
ويمكن التمييز في هذه الحالة بين سلعتين كما يلي:

- ✓ إذا كانت E_R محصورة بين الصفر والواحد الصحيح، أي أن: $0 \leq E_R \leq 1$، نقول عن السلعة (x) أنها ضرورية.
- ✓ إذا كانت E_R أكبر تماما من الواحد الصحيح، أي أن: $E_R > 1$، نقول عن السلعة (x) أنها كمالية.

2.2.4. مرونة الطلب الدخلية سالبة:

إذا كانت مرونة الطلب الدخلية سالبة، أي أن: $E_R < 0$، نقول عن السلعة (x) أنها رديئة أو دنيا.

تجدر الإشارة في الأخير إلى أن الهدف الأساسي من حساب مرونة الطلب الدخلية هو معرفة نوع السلعة (x) إن كانت عادية (ضرورية أو كمالية) أو رديئة.

3. أمثلة:

التمرين الأول:

تقدر الكمية المطلوبة من السلعة (x) ب 10 وحدات عندما كان السعر يعادل 2 و.ن، إلا أن الكمية المطلوبة منها انخفضت إلى 3 وحدات بسبب ارتفاع سعرها إلى 4 و.ن.

المطلوب:

1. أحسب مرونة الطلب السعرية لهذه السلعة (x) مع تقديم التفسير الاقتصادي لها.
2. بفرض أن الدالة التي تعبر عن طلب هذا المستهلك يمكن كتابتها بالشكل:

$$Qd_x = 17 - \frac{7}{2} P_x$$

- أحسب مرونة الطلب السعرية لهذه السلعة عندما يكون السعر يعادل 2 و.ن.

الحل:

1. حساب مرونة الطلب السعرية لهذه السلعة (x):

$$Edp = \frac{\Delta Qx}{\Delta Px} \cdot \frac{Px}{Qx} = \frac{Q2-Q1}{P2-P1} \cdot \frac{P1}{Q1}$$

$$= \frac{3-10}{4-2} \cdot \frac{2}{10}$$

$$Edp = |-0.7| = 0.7$$

$Edp<1 \Leftarrow$ الطلب غير مرن.

التفسير الاقتصادي:

تدل قيمة المرونة على أنه ارتفاع سعر السلعة (x) بنسبة 1 % سيؤدي إلى انخفاض الكمية المطلوبة منها بنسبة 0.7 %.

2. حساب مرونة الطلب السعرية للسلعة (x) عندما يعادل السعر 2 و.ن:

لدينا دالة الطلب: $Qd_x = 17 - \frac{7}{2} P_x$

لما السعر يعادل 2 و.ن فإن الكمية المطلوبة تساوي:

$Qd_x = 17 - \frac{7}{2} (2) = 10$ وحدات

$$Edp = \frac{\delta Qx}{\delta Px} \cdot \frac{Px}{Qx}$$

$$= \left(-\frac{7}{2}\right) \cdot \frac{2}{10}$$

$$= |-0.7| = 0.7$$

$Edp<1 \Leftarrow$ الطلب غير مرن.

التمرين الثاني:

انطلاقا من معطيات الجدول التالي والخاص بالطلب على السلعتين (x) و(z) قبل وبعد التغير في سعر السلعة (z):

السلع	قبل تغير سعر السلعة (z)		بعد تغير سعر السلعة (z)	
	P1	Q1	P2	Q2
Z	5	20	10	15
X	10	40	10	35

المطلوب:

1. أوجد مرونة الطلب التقاطعية بين السلعتين (x) و (z).
2. حدد طبيعة العلاقة بين السلعتين (x) و (z).

الحل:

1. إيجاد مرونة الطلب التقاطعية بين السلعتين (x) و (z):

$$E_{x,z} = \frac{\Delta Qx}{\Delta Pz} \cdot \frac{Pz}{Qx} = \frac{Qx2-Qx1}{PZ2-PZ1} \cdot \frac{PZ1}{Qx1}$$

$$= \frac{35-40}{10-5} \cdot \frac{5}{40}$$

$$= -0.125$$

2. تحديد طبيعة العلاقة بين السلعتين (x) و (z):

نلاحظ أن إشارة مرونة الطلب التقاطعية سالبة ($E_{x,z} < 0$)، مما يعني أن السلعتان (x) و(z) هما سلعتان متكاملتان.

التمرين الثالث:

لنفرض أن دخل مستهلك ما قد ارتفع من 240 دينار إلى 380 دينار حيث أدى هذا الإرتفاع في مستوى الدخل إلى زيادة الكميات المشتراة من السلعة (x) من 100 وحدة إلى 140 وحدة.

المطلوب:

1. حساب مرونة الطلب الدخلية.
2. إيجاد طبيعة العلاقة بين الدخل والكميات المطلوبة من السلعة (x).
3. تحديد نوع السلعة (x).

الحل:

1. حساب مرونة الطلب الدخلية:

$$E_R = \frac{\Delta Qx}{\Delta R} \cdot \frac{R}{Qx} = \frac{Qx2-Qx1}{R2-R1} \cdot \frac{R1}{Qx1}$$

$$= \frac{140-100}{380-240} \cdot \frac{240}{100}$$

$$= \mathbf{0.68}$$

2. إيجاد طبيعة العلاقة بين الدخل والكميات المطلوبة من السلعة (x):

هي علاقة طردية، ذلك أن زيادة الدخل أدت إلى زيادة الكمية المطلوبة من السلعة (x).

3. تحديد نوع السلعة (x):

بما أن مرونة الطلب الدخلية موجبة ($E_R > 0$)، فإن السلعة (x) هي سلعة عادية، وبما أنها محصورة بين الصفر والواحد الصحيح ($1 \geq E_R \geq 0$)، فالسلعة (x) ضرورية.

التمرين الرابع:

أوجد مرونة الطلب التقاطعية بين الشاي (x) والقهوة (y)، وبين الشاي (x) والسكر (z) باستخدام البيانات الواردة في الجدولين المواليين:

الفصل الرابع: مرونة العرض

1. **تعريف مرونة العرض:** تشير الى درجة استجابة العرض الى التغير الحادث في أحد محددات العرض،
2. **مرونة العرض السعرية:**

نعرف مرونة العرض السعرية على أنها "نسبة التغير في عرض سلعة ما الناتجة عن زيادة سعرها بنسبة 1 %".[2]

فهي عبارة عن "التغير النسبي في الكمية المعروضة من سلعة ما الناتج عن التغير النسبي في سعرها مع افتراض بقاء العوامل الأخرى ثابتة".

ونظرا لكون العلاقة طردية بين سعر السلعة والكمية المعروضة منها، فإن معامل مرونة العرض السعرية يكون موجبا.

نرمز لمرونة العرض السعرية بالرمز Es، ويمكن قياسها بالصيغة التالية:

$$\mathbf{Es} = \frac{\frac{\Delta Qx}{Qx}}{\frac{\Delta Px}{Px}} = \frac{\Delta Qx}{\Delta Px} \cdot \frac{Px}{Qx} = \frac{Qx2-Qx1}{Px2-Px1} \cdot \frac{Px1}{Qx1}$$

أما في الحالة التي يكون فيها التعامل مع البيانات المستمرة أي معبر عنها في شكل دالة عرض، فإنه يتم استعمال المشتق وعليه يمكن قياس مرونة العرض السعرية بالصيغة التالية:

$$\mathbf{Es} = \frac{\delta Qx}{\delta Px} \cdot \frac{Px}{Qx}$$

حالات مرونة العرض السعرية:

- ✓ **عرض لا نهائي المرونة:** عندما يكون معامل مرونة العرض السعرية يؤول الى ما لا نهاية، أي أن التغير النسبي في الكمية المعروضة أكبر بكثير من التغير النسبي في سعرها
- ✓ **عرض مرن (كثير المرونة):** عندما يكون معامل مرونة العرض السعرية أكبر من الواحد، أي أن التغير النسبي في الكمية المعروضة أكبر من التغير النسبي في سعرها
- ✓ **عرض متكافئ المرونة:** عندما يكون معامل مرونة العرض السعرية مساوي للواحد، أي أن التغير النسبي في الكمية المعروضة يساوي التغير النسبي في سعرها
- ✓ **عرض غير مرن (قليل المرونة):** عندما يكون معامل مرونة العرض السعرية أصغر من الواحد الصحيح، أي أن التغير النسبي في الكمية أقل من التغير النسبي في السعر
- ✓ **عرض عديم المرونة:** عندما يكون معامل مرونة العرض السعرية يساوي الصفر، أي أن التغير النسبي في الكمية المعروضة لا يؤثر على التغير النسبي في سعرها

أمثلة:

التمرين الأول:

عندما كان السعر 12 دينار كانت الكمية المعروضة من السلعة (x) 30 وحدة وعندما ارتفع السعر إلى 15 دينار ارتفعت الكمية المعروضة إلى 35 وحدة.

المطلوب:

1. إيجاد مرونة العرض السعرية (x) مع تقديم التفسير الاقتصادي لها.

الحل:

1. إيجاد مرونة العرض السعرية للسلعة (x):

$$Es = \frac{\Delta Qx}{\Delta Px} \cdot \frac{Px}{Qx} = \frac{Qx2-Qx1}{Px2-Px1} \cdot \frac{Px1}{Qx1} = \frac{35-30}{15-12} \cdot \frac{12}{30}$$

$$\mathbf{Es = 0.66}$$

$Es < 1 \Leftarrow$ العرض غير مرن

التفسير الاقتصادي:

يعني أن ارتفاع سعر السلعة (x) بنسبة 1% سيؤدي إلى ارتفاع الكمية المعروضة منها بنسبة 0.66 %.

التمرين الثاني:

لتكن لدينا دالة العرض التالية:

$$Qsx = 80 + 20\,P_x$$

المطلوب:

1. إيجاد مرونة العرض عندما يكون السعر يعادل 4 دج.

الحل:

1. إيجاد مرونة العرض عندما يكون السعر يعادل 4 دج:

يتم أولا حساب الكمية المعروضة من السلعة (x) عندما يعادل السعر 4 دج:

$Qs_X = 80 + 20\,(4) = \mathbf{160}$ **وحدة**

ثم نقوم بحساب مرونة العرض وفق الصيغة التالية:

$$Es = \frac{\delta Qx}{\delta Px} \cdot \frac{Px}{Qx} = (20) \cdot \frac{4}{160} = \mathbf{0.5}$$

$Es < 1 \Leftarrow$ العرض غير مرن

التفسير الاقتصادي:

يعني أن ارتفاع سعر السلعة (x) بنسبة 1 % سيؤدي إلى ارتفاع الكمية المعروضة منها بنسبة 0.5 %.

الفصل الخامس: توازن السوق

1. **تعريف توازن السوق:** يعني تساوي أو تعادل الكمية المطلوبة من سلعة معينة مع الكمية المعروضة من تلك السلعة في فترة زمنية معينة. نرمز لهذه النقطة ب (E) ويسمى السعر عندا بسعر التوازن والكمية بكمية التوازن.

2. **توازن السوق بيانيا:**

يتحقق توازن السوق بيانيا أو هندسيا عند نقطة تقاطع منحنى طلب السوق ومنحنى عرض السوق، وتدعى هذه النقطة "نقطة التوازن"، حيث يسمى السعر عند هذه النقطة "سعر التوازن" وتدعى الكمية عندها "كمية التوازن".

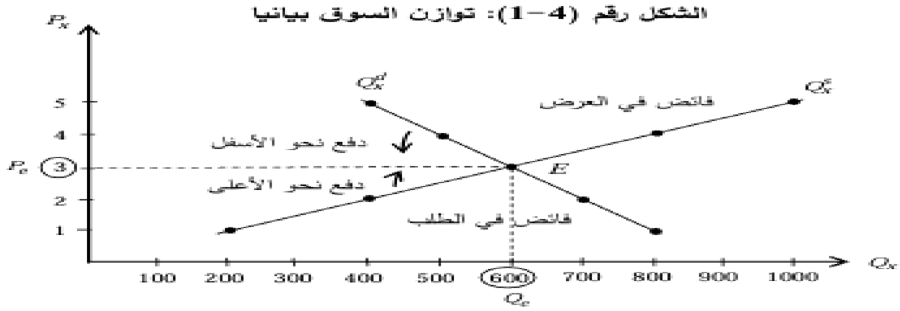
ولتوضيح كيفية حدوث توازن السوق بيانيا نلجأ إلى الجدول التالي:

الجدول رقم (4−1): توازن السوق بيانيا

P_x	Qd_x	Qs_x	الحالة
1	800	200	فائض طلب
2	700	400	فائض طلب
3	**600**	**600**	**حالة توازن**
4	500	800	فائض عرض
5	400	1000	فائض عرض

ويمكن تمثيل الجدول السابق بيانيا كما يلي:

الشكل رقم (4−1): توازن السوق بيانيا



نلاحظ من الشكل أن منحنى الطلب يتقاطع مع منحنى العرض عند نقطة تسمى "نقطة التوازن" مز لها (E)، وأن السعر المقابل لهذه النقطة هو 3 دينار يسمى سعر التوازن (P_e)، والكمية المقابلة ذه النقطة هي 600 وحدة تسمى كمية التوازن (Q_e)،

3. **توازن السوق رياضيا:**

يتحقق التوازن رياضيا من خلال المساواة بين دالة الطلب ودالة العرض كما يلي:

لدينا دالة الطلب: $Qd = a - b\,P$

ولدينا دالة العرض: $Qs = c + d\,P$

شرط التوازن: $\mathbf{Qd = Qs}$

مثال:

إذا كانت دالة طلب السلعة (x) معبر عنها بالصيغة التالية: $Qd_x = 8000 - 1000\,P_x$

بينما يعبر عن دالة العرض بالصيغة التالية: $Qs_x = -4000 + 2000\,P_x$

المطلوب:

- أوجد القيم التوازنية لهذه السلعة .

الحل:

شرط التوازن: $Qd_x = Qs_x$

$$8000 - 1000\,P_x = -4000 + 2000\,P_x$$

$$8000 + 4000 = 2000\,P_x + 1000\,P_x$$

$$P_e = \frac{12000}{3000} = 4 \text{ و.ن} \quad \text{(سعر التوازن)}$$

بتعويض P_e في إحدى الدالتين (دالة الطلب أو دالة العرض)، نتحصل على كمية التوازن كما يلي:

$$Qd_x = 8000 - 1000\,(4) \quad \Rightarrow \quad Q_e = 4000 \text{ وحدة} \quad \text{(كمية التوازن)}$$

4. **أمثلة:**

التمرين الأول:

لتكن لدينا الدالتين التاليتين:
$$Q = 15 - 2P$$
$$Q = 20P$$

المطلوب:

1. ميّز دالة الطلب عن دالة العرض.
2. إذا علمت أن السوق يضم 100 مستهلك و 5 عارضين، أوجد دالتي الطلب السوقي والعرض السوقي.
3. أحسب سعر وكمية التوازن.
4. مثّل نقطة التوازن بيانيا.

الحل:

1. تمييز دالة الطلب عن دالة العرض:

$Qd = 15 - 2P \Rightarrow$ ($b = -2 \Rightarrow$ ميل سالب) $\Rightarrow$ دالة طلب

$Qs = 20P \Rightarrow$ ($d = 20 \Rightarrow$ ميل موجب) $\Rightarrow$ دالة عرض

2. إيجاد دالتي الطلب السوقي والعرض السوقي:

➢ **دالة الطلب السوقي:**

لدينا دالة الطلب الفردي: $Qd = 15 - 2P$

بما أن هناك 100 مستهلك في السوق فإن دالة طلب السوق هي:

$$\mathbf{Qd_M = N_C \cdot Qd} \Rightarrow Qd_M = 100 \cdot (15 - 2P) \Rightarrow \mathbf{Qd_M = 1500 - 200P}$$

➢ **دالة العرض السوقي:**

لدينا دالة العرض الفردي: $Qs = 20P$

بما أن هناك 5 عارضين في السوق فإن دالة عرض السوق هي:

$$\mathbf{Qs_M = N_P \cdot Qs} \Rightarrow Qs_M = 5 \cdot (20P) \Rightarrow \mathbf{Qs_M = 100P}$$

3. حساب سعر وكمية التوازن:

شرط التوازن: $Qd_M = QS_M$

$$1500 - 200P = 100P$$

$$1500 = 100P + 200P$$

$\mathbf{P_e = 5}$ و.ن **(سعر التوازن)**

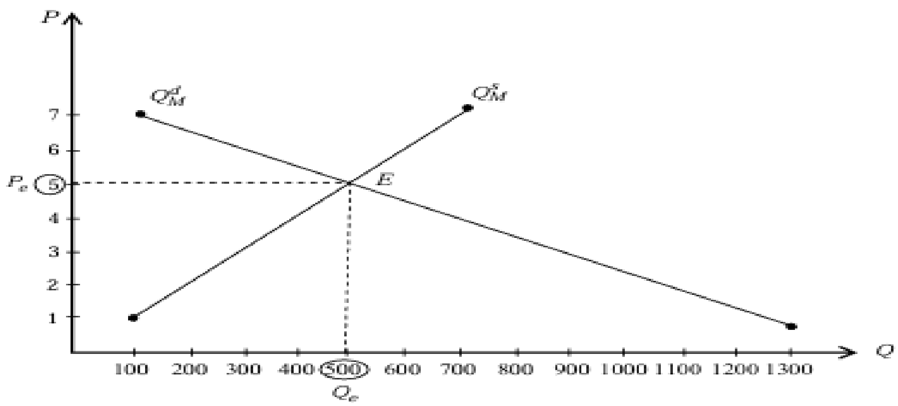
بتعويض P_e في إحدى الدالتين نجد:

$Qd_M = 1500 - 200(5) \Rightarrow \mathbf{Q_e = 500}$ **وحدة** **(كمية التوازن)**

4. تمثيل نقطة التوازن بيانيا:

نقوم أولا بإعداد جدول الطلب والعرض السوقي:

P	1	2	3	4	5	6	7
Qd_M	1300	1100	900	700	**500**	300	100
Qs_M	100	200	300	400	**500**	600	700



الفصل السادس: دراسة سلوك المستهلك

تعتمد هذه النظرية في تحليل سلوك المستهلك على بعض الإفتراضات والتي نورد أهمها فيما يلي: [1]

- ✓ أن المستهلك يتصرف بطريقة عقلانية (أي أن يكون رشيدا).
- ✓ أن يكون الدخل المخصص للإنفاق على السلع والخدمات محددا.
- ✓ أن تكون أسعار السلع والخدمات المختلفة معروفة ومحددة في السوق.
- ✓ أن تكون أذواق المستهلك ثابتة في الفترة الزمنية محل الدراسة.
- ✓ أن يحصل المستهلك من خلال استهلاكه للسلع والخدمات على أقصى منفعة، أي يعمل على تعظيم المنفعة المكتسبة من استهلاك السلع والخدمات.

ويتم تحليل سلوك المستهلك وفق مدخلين أساسيين هما:

- ✓ **مدخل نظرية المنفعة:** "نظرية المنفعة القياسية".
- ✓ **مدخل نظرية منحنيات السواء :** "نظرية المنفعة الترتيبية".

1. تحليل سلوك المستهلك وفق نظرية المنفعة (نظرية المنفعة القياسية)

- **مفهوم المنفعة:** هي قدرة السلعة أو الخدمة على اشباع حاجة ما يشعر بها الانسان في فترة زمنية معينة
- **أنواع المنفعة:**

✓ **المنفعة الكلية: UT Utilité Totale:** هي مجموع مستويات الرضا المتحصل عليها من استهلاك كل وحدة من سلعة ما في فترة زمنية معينة.

تتزايد المنفعة الكلية بزيادة الاستهلاك الى أن تصل الى أقصاها، أي مستوى الاشباع الكامل، ثم بعدها تبدأ المنفعة الكلية بالتناقص مع زيادة الوحدات المستهلكة

دالة المنفعة الكلية: هي العلاقة الرياضية التي تربط بين مستوى المنفعة أو الاشباع والكميات المستهلكة من سلعة ما، ويعبر عنها رياضيا:

- ✓ **دالة المنفعة الكلية الخاصة بسلعة واحدة:** $UT = f(X)$
- ✓ **دالة المنفعة الكلية الخاصة بسلعتين:** $UT = f(X, Y)$

حيث أن:

UT: تمثل المنفعة الكلية.

f: دالة أو تابع.

X: تمثل الكميات المستهلكة من السلعة (X).

Y: تمثل الكميات المستهلكة من السلعة (Y).

✓ **المنفعة الحدية: Utilité Marginale UM:** مقدار الزيادة في المنفعة الكلية الناتجة عن الزيادة في وحدة واحدة من السلعة المستهلكة في فترة زمنية محددة.

دالة المنفعة الحدية: عبارة عن المشتقة الجزئية الأولى لدالة المنفعة الكلية، ويعبر عنها رياضيا كالتالي:

- ✓ **في حالة بيانات منقطعة:**

$$UM = \frac{\Delta UT}{\Delta X} = \frac{UT2-UT1}{X2-X1}$$

- ✓ **في حالة بيانات مستمرة: (دوال)**

تصبح المنفعة الحدية للسلعة (x) المشتق الأول لدالة المنفعة الكلية كما يلي:

$$UM = \frac{\delta UT}{\delta X}$$

تكون المنفعة الحدية متناقصة مع زيادة الوحدات المستهلكة إلى غاية انعدامها عندما تكون المنفعة الكلية في أعظم قيمة لها، ثم تصبح سالبة لما تبدأ المنفعة الكلية في التناقص.

- **قانون تناقص المنفعة الحدية:**

ينص على أن المنفعة الحدية التي يحصل عليها المستهلك من أي سلعة تتناقص كلما زادت الكمية التي يستهلكها من هذه السلعة، وبالتالي فإن المنفعة الكلية تتزايد ولكن بمعدلات متناقصة والمنفعة الحدية تكون متناقصة لكنها موجبة. [3]

✓ **العلاقة بين المنفعة الكلية والمنفعة الحدية:** يمكن توضيح العلاقة بين المنفعة الكلية والحدية بالاستعانة بالجدول التالي:

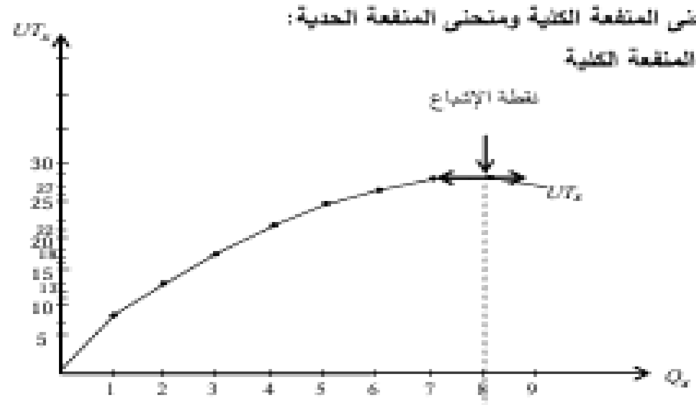
Qx	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
UTx	0	7	13	18	22	25	27	28	28	27
UMx	−	7	6	5	4	3	2	1	0	− 1

حساب المنافع الحدية لهذه السلعة (x): مثال عن القيمة الأولى:

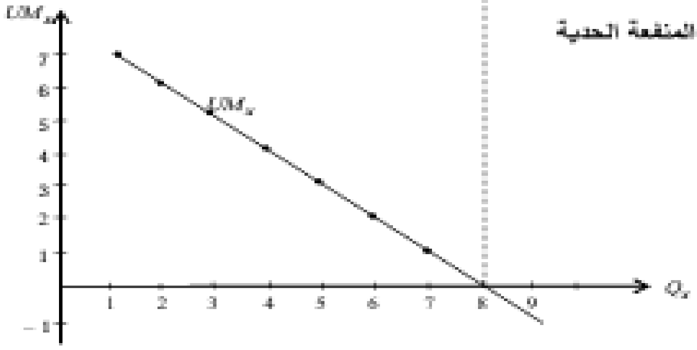
$$UMx = \frac{\Delta UT}{\Delta Qx} = \frac{UT2-UT1}{X2-X1} = \frac{7-0}{1-0} = 7$$

▪ التمثيل البياني لمنحنى المنفعة الكلية ومنحنى المنفعة الحدية:

الشكل رقم (5−1): منحنى المنفعة الكلية



الشكل رقم (5−2): منحنى المنفعة الحدية



يتضح لنا من الشكلين السابقين أن:

المنفعة الكلية (UTx) تتزايد مع زيادة عدد الوحدات المستهلكة من السلعة (x) وبالمقابل نلاحظ تناقص في المنفعة الحدية (UMx) وذلك حتى الوحدة السابعة، بعد ذلك فإن زيادة استهلاك الوحدة الثامنة سيُبقي المنفعة الكلية (UTx) ثابتة عند مستوى 28 وحدة منفعة والمنفعة الحدية (UMx) معدومة، مما يدل على أن استهلاك هذه الوحدة لم يُضف أي منفعة للمستهلك، ونسمي هذه النقطة بالذات بنقطة الإشباع.

✓ **توازن المستهلك (حالة وجود أكثر من سلعة):** يتحقق توازن المستهلك عند استهلاكه لأكثر من سلعة عند تساوي المنافع الحدية منسوبة الى أسعارها مع بعضها البعض، كما أنها تساوي المنفعة الحدية للنقود (للدخل) λ.

ويمكن التعبير عن ذلك رياضيا كما يلي:

$$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = \cdots = \frac{UMn}{Pn} = \lambda$$

يعتبر هذا الشرط الأول ويسمى شرط التوازن أو الشرط اللازم.
أما في حالة عدم معرفة قيمة λ يتم اللجوء إلى الشرط الثاني ويسمى شرط الإنفاق والذي يتحقق عند تساوي مجموع المبالغ المنفقة على السلع المشتراة مع الدخل النقدي المخصص للإنفاق R.
ويمكن التعبير عن ذلك رياضيا كما يلي:

$$R = x\,P_x + y\,p_y + \ldots + n\,p_n$$

باختصار يتحقق توازن المستهلك عند شرائه لأكثر من سلعة عند تحقق شرطين هما:

$$\begin{cases} \dfrac{UMx}{Px} = \dfrac{UMy}{Py} & \text{شرط التوازن:} \\ R = x\,P_x + y\,p_y & \text{تحت قيد الدخل:} \end{cases}$$

- ✓ **توازن المستهلك بطريقة لاغرانج (مضاعف لاغرانج):**

يمكن إيجاد توازن المستهلك عند شرائه أكثر من سلعة أيضا باستخدام طريقة لاغرانج ويكون ذلك من خلال دالة لاغرانج.
حيث يمكن صياغة دالة هدف المستهلك المتمثلة في تعظيم المنفعة UT تحت قيد الدخل كما يلي:

$$\begin{cases} \text{Max } UT_{(x,\,y)} = f\,(x,\,y) \\ S/C : R = x\,Px + y\,Py \end{cases}$$

وبناءا على ذلك يتم صياغة دالة لاغرانج الخاصة بتعظيم المنفعة UT كما يلي:

$$L_{(x\,,\,y\,,\,\lambda)} = f\,(x\,,\,y) + \lambda\;(R - x\,Px - y\,Py)$$

حيث أن:
L: رمز دالة لاغرانج (Lagrange).
f: هي دالة المنفعة.
λ: هو مضاعف لاغرانج ويمثل المنفعة الحدية للنقود أو للدخل، وهو عبارة عن مؤشر يقيس التغير في المنفعة الكلية الناتج عن التغير في الدخل.

- ✓ **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج تساوي الصفر:

$$\begin{cases} L`_x = \dfrac{\delta L}{\delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad UMX - \lambda\,Px = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \dfrac{UMX}{Px} \quad \ldots \quad \boxed{1} \\ L`_y = \dfrac{\delta L}{\delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad UMy - \lambda\,Py = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \dfrac{UMy}{Py} \quad \ldots \quad \boxed{2} \\ L`\lambda = \dfrac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \quad \Rightarrow \quad R - x\,Px - y\,Py = 0 \quad \Rightarrow \quad R = x\,Px + y\,Py \quad \ldots \quad \boxed{3} \end{cases}$$

بمساواة المعادلتين 1 و 2 نحصل على شرط التوازن وبتعويض إحدى المتغيرين x أو y في المعادلة 3 سنحصل على قيم x و y.

- ✓ **أمثلة:**

التمرين الأول:

يبين الجدول أدناه المنافع الكلية التي يحصل عليها مستهلك لقاء استهلاكه لسلعتين x و y كما يلي:

$Q_{x,y}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
UTx	44	84	120	152	180	204	224	242	252	260
UTy	35	67	92	114	134	150	162	172	180	184

المطلوب:

1. أوجد المنفعة الحدية لكل من السلعتين x و y.
2. أوجد كميات توازن المستهلك علما أن: Px = 10، Py = 5، R = 110.
3. أحسب المنفعة الكلية المحققة عند نقطة التوازن للمستهلك.

الحل:

1. **إيجاد المنفعة الحدية لكل من السلعتين x و y:**

$Q_{x,y}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
UTx	44	84	120	152	180	204	224	242	252	260
UTy	35	67	92	114	134	150	162	172	180	184
UMx	–	40	36	32	28	24	20	18	10	8
UMy	–	32	25	22	20	16	12	10	8	4
$\frac{UMx}{Px}$	–	4	3.6	3.2	2.8	2.4	2	1.8	1	0.8
$\frac{UMy}{Py}$	–	6.4	5	4.4	4	3.2	2.4	2	1.6	0.8

يتم حساب المنفعة الحدية لكل من السلعتين x و y وفق الصيغة التالية:

$$UMx = \frac{\Delta\, UTx}{\Delta\, Qx} = \frac{UTx2-UTx1}{QX2-QX1} = \frac{84-44}{2-1} = \mathbf{40}$$

$$UMy = \frac{\Delta\, UTy}{\Delta\, Qy} = \frac{UTy2-UTy1}{Qy2-Qy1} = \frac{67-35}{2-1} = \mathbf{32}$$

ملاحظة: يتم حساب باقي قيم المنفعة الحدية لكل من السلعتين x و y بنفس الطريقة السابقة.

---

2. **إيجاد كميات توازن المستهلك علما أن:** **Px = 10، Py = 5، R = 110:**

لإيجاد كميات التوازن لابد من تحقق شرطين هما:

$$\begin{cases} \frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} & \text{شرط التوازن:} \\ R = x\,P_x + y\,P_y & \text{تحت قيد الدخل:} \end{cases}$$

تلاحظ من الجدول أن هناك خمسة توليفات أو تركيبات أو ثنائيات (x , y) تحقق الشرط الأول (شرط التوازن) وهي:

$$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = \mathbf{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow (x\,,\,y) = (2\,,\,5)$$

$$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = \mathbf{3.2} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow (x\,,\,y) = (4\,,\,6)$$

$$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = \mathbf{2.4} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 7 \end{cases} \Rightarrow (x\,,\,y) = (6\,,\,7)$$

$$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = \mathbf{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 8 \end{cases} \Rightarrow (x\,,\,y) = (7\,,\,8)$$

$$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = \mathbf{0.8} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 10 \end{cases} \Rightarrow (x\,,\,y) = (10\,,\,10)$$

إلا أن هناك توليفة وحيدة مثلى تحقق الشرطين معا (شرط التوازن وشرط الإنفاق)، ولتحديدها نقوم بتعويض التوليفات الخمسة السابقة في شرط الإنفاق (قيد الدخل) كما يلي:

$R = x\,P_x + y\,P_y \Leftrightarrow 110 = 10\,x + 5\,y$

$(x\,,\,y) = (2\,,\,5) \Rightarrow 10\,(2) + 5\,(5) = 45 \neq R$ (غير محققة)

$(x\,,\,y) = (4\,,\,6) \Rightarrow 10\,(4) + 5\,(6) = 70 \neq R$ (غير محققة)

$(x\,,\,y) = (6\,,\,7) \Rightarrow 10\,(6) + 5\,(7) = 95 \neq R$ (غير محققة)

$\mathbf{(x\,,\,y) = (7\,,\,8) \Rightarrow 10\,(7) + 5\,(8) = 110 = R}$ **(محققة)**

$(x\,,\,y) = (10\,,\,10) \Rightarrow 10\,(10) + 5\,(10) = 150 \neq R$ (غير محققة)

منه يكون المستهلك في حالة توازن عند استهلاكه 7 وحدات من x و 8 وحدات من y.

3. **حساب المنفعة الكلية المحققة عند نقطة التوازن للمستهلك:**

$UT = UTx + UTy$

$= 224 + 172$

$\mathbf{UT = 396}$ **وحدة منفعة**

التمرين الثاني:

لتكن دالة المنفعة الكلية لمستهلك من الشكل:

$$UT = 2x + 4y + xy + 8$$

المطلوب:

1. أوجد دالتي الطلب على السلعتين (x) و (y).
2. ما هي قيم التوازن عند : $Px = 5$، $Py = 10$، $R = 50$.

الحل:

1. إيجاد دالتي الطلب على السلعتين (x) و (y):

باستخدام طريقة شرط التوازن:

$$\begin{cases} \dfrac{UMx}{Px} = \dfrac{UMy}{Py} & \text{شرط التوازن:} \\ R = x\,P_x + y\,p_y & \text{تحت قيد الدخل:} \end{cases}$$

$$UMx = \frac{\delta UT}{\delta x} = 2 + y$$

$$UMy = \frac{\delta UT}{\delta y} = 4 + x$$

$$\frac{2+y}{Px} = \frac{4+x}{Py}$$

$$(2+y)\;Py = Px\;(4+x)$$

$$2\,Py + y\,Py = 4\,Px + x\,Px$$

$$y = \frac{4\,Px + x\,Px - 2Py}{Py} \qquad \text{و} \qquad x = \frac{2\,Py + y\,Py - 4\,Px}{Px}$$

نعوض x و y في قيد الدخل:

$$R = x\,P_x + \left(\frac{4\,Px + x\,Px - 2Py}{Py}\right) P_y$$

$$R = x\,P_x + 4\,Px + x\,Px - 2Py$$

$$R = 2\,x\,P_x + 4\,Px - 2Py$$

$$x = \frac{R - 4\,Px + 2\,Py}{2\,Px} \qquad \text{دالة الطلب على السلعة (x)}$$

$$R = \left(\frac{2\,Py + y\,Py - 4\,Px}{Px}\right) P_x + y\,Py$$

$$R = 2\,Py + y\,Py - 4\,Px + y\,Py$$

$$R = 2\,Py + 2\,y\,Py - 4\,Px$$

$$y = \frac{R - 2Py + 4\,Px}{2\,Py} \qquad \text{دالة الطلب على السلعة (y)}$$

2. إيجاد قيم التوازن عند: $Px = 5$، $Py = 10$، $R = 50$:

نعوض قيم Px، Py، R في دوال الطلب على السلعتين (x) و (y) كما يلي:

$$x = \frac{50 - 4\,(5) + 2\,(10)}{2\,(5)} = 5$$

$$y = \frac{50 - 2(10) + 4\,(5)}{2\,(10)} = 2.5$$

منه قيم التوازن هي:

$$(x, y) = (5,\; 2.5)$$

التمرين الثالث:

افترض أن للمستهلك دالة منفعة كلية يمكن صياغتها على النحو التالي:

$$UT = 5x \cdot y$$

وأن حجم الإنفاق الإستهلاكي على السلعتين (x) و (y) هو: R = 20، وأن: Px = 1، Py = 2.

المطلوب:

– ما هي الكميات التي إذا اشتراها المستهلك تحقق له أقصى قدر ممكن من المنفعة وذلك باستخدام:

1. طريقة شرط التوازن.
2. طريقة مضاعف لاغرانج.

الحل:

1. إيجاد الكميات التي تحقق للمستهلك أقصى قدر من المنفعة باستخدام طريقة شرط التوازن:

شرط التوازن: $\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py}$

تحت قيد الدخل: $R = x\,P_x + y\,P_y$

$$UMx = \frac{\delta UT}{\delta x} = 5y$$

$$UMy = \frac{\delta UT}{\delta y} = 5x$$

$$\frac{5y}{1} = \frac{5x}{2}$$

$$5x = 10y$$

$$x = \frac{10y}{5}$$

$$x = 2y \quad \ldots \quad \boxed{1}$$

نعوض 1 في قيد الدخل:

$$R = x\,P_x + y\,P_y \Leftrightarrow 20 = 1x + 2y$$

$$\Leftrightarrow 20 = 1(2y) + 2y$$

$$\Leftrightarrow 20 = 4y$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{y = 5} \quad \text{وحدات}$$

نعوض y في 1 نجد:

$$x = 2y \Rightarrow x = 2(5) \Rightarrow \mathbf{x = 10} \quad \text{وحدات}$$

ومنه مقدار المنفعة الكلية المحققة هي:

$$UT = 5x \cdot y = 5(10) \cdot (5) = \mathbf{250} \quad \text{وحدة منفعة}$$

2. إيجاد الكميات التي تحقق للمستهلك أقصى قدر من المنفعة باستخدام طريقة مضاعف لاغرانج:

هدف المستهلك يتمثل في البحث عن أقصى إشباع عند دخل معين، أي:

$$\begin{cases} Max\ UT = 5x \cdot y \\ S/C : 20 = 1x + 2y \end{cases}$$

ومنه تكون دالة لاغرانج في هذه الحالة تهدف إلى تعظيم المنفعة عند دخل معين، وتكتب كما يلي:

$$L_{(x,y,\lambda)} = f(x, y) + \lambda\,(R - x\,Px - y\,Py)$$

$$L_{(x,y,\lambda)} = 5x \cdot y + \lambda\,(20 - x - 2y)$$

$$\begin{cases} L'_x = \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \Rightarrow 5y - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 5y \quad \ldots \boxed{1} \\ L'_y = \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \Rightarrow 5x - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{5x}{2} \quad \ldots \boxed{2} \\ L'_\lambda = \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \Rightarrow 20 - x - 2y = 0 \quad \ldots \boxed{3} \end{cases}$$

بمساواة المعادلتين 1 و 2 نحصل على شرط التوازن كما يلي:

$$1 = 2 \Leftrightarrow 5y = \frac{5x}{2} \Rightarrow 5x = 10y \Rightarrow x = 2y \ldots \boxed{4}$$

نعوض المعادلة 4 في المعادلة 3 (قيد الدخل) كما يلي:

$$20 - 2y - 2y = 0$$

$$20 - 4y = 0$$

$$\mathbf{y} = \frac{20}{4} = \mathbf{5} \quad \text{وحدات}$$

بتعويض y في المعادلة 4 نجد:

$$x = 2(5)$$

$$\mathbf{x = 10} \quad \text{وحدات}$$

2. تحليل سلوك المستهلك وفق نظرية المنفعة الترتيبية (نظرية منحنيات السواء)

✓ **تعريف منحنيات السواء:**

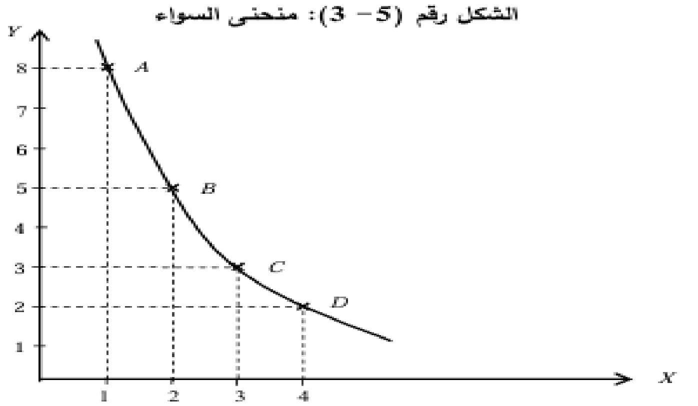
يمثل منحنى السواء " كل المجموعات من (x) و (y) التي توفر نفس المنفعة لمستهلك معين".[2]
ويمكن تعريف منحنى السواء بأنه " عبارة عن مختلف التوليفات أو التركيبات أو الثنائيات من السلعتين x و y التي تحقق للمستهلك نفس مستوى الإشباع أو المنفعة ".
ويسمى بمنحنى السواء لأن كل نقطة تقع على نفس منحنى السواء تمثل توليفة سلعتين (x, y) تعتبر سواء في المنفعة في نظر المستهلك.

ولتوضيح مفهوم منحنى السواء أكثر سنقوم بتمثيله بيانيا اعتمادا على معطيات الجدول التالي الذي يمثل تفضيلات أحد المستهلكين لسلعتين x و y كما يلي:

التوليفات (x, y)	A	B	C	D
السلعة x	1	2	3	4
السلعة y	8	5	3	2

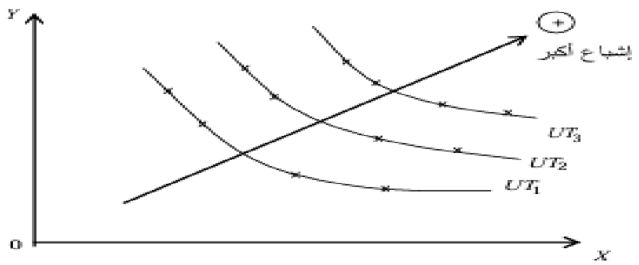
وبتمثيل الجدول بيانيا نحصل على منحنى السواء كما يلي:

الشكل رقم (5– 3): منحنى السواء



يوضح الشكل السابق منحنى السواء الذي يتشكل من توليفات مختلفة من السلعتين x و y التي تعطي للمستهلك نفس مستوى الإشباع أو المنفعة، حيث أن كل نقطة واقعة على نفس منحنى السواء النقطة A أو النقطة B أو النقطة C أو النقطة D تمثل توليفة (x, y) سواء في المنفعة في نظر المستهلك، أي أن حصول المستهلك على التوليفة A والتي تحتوي على 1 وحدة من السلعة (x) و8 وحدات من السلعة (y) سوف تحقق له نفس مستوى الإشباع أو المنفعة الذي تحققها له التوليفة B التي تحتوي على 2 وحدة من السلعة (x) و5 وحدات من السلعة (y) وهكذا بالنسبة لباقي التوليفات C وD.

✓ **خريطة السواء:** مجموعة منحنيات السواء التي تعكس مستويات مختلفة من الاشباع أو المنفعة للمستهلك، يمكن تمثيلها كالتالي:



يوضح لنا الشكل السابق خريطة سواء متكونة من ثلاثة منحنيات سواء، حيث أن كل نقطة واقعة على منحنى سواء UT3 سوف تكون أفضل في نظر المستهلك من أي نقطة واقعة على منحنى سواء UT2 لأنها تحقق له مستوى إشباع أكبر، كما أن كل نقطة واقعة على منحنى سواء UT2 سوف تكون أفضل في نظر المستهلك من أي نقطة واقعة على منحنى سواء UT1 لأنها تحقق له مستوى إشباع أكبر، حيث أنه كلما ابتعد منحنى السواء عن نقطة الأصل كلما كان الإشباع أكبر وذلك كما يلي:

$$UT3 > UT2 > UT1$$

✓ **خصائص منحنيات السواء:**

- منحنيات السواء لا تتقاطع
- منحنيات السواء مقعرة نحو نقطة الأصل
- منحنيات السواء متناقصة، أي ذات ميل سالب
- كلما ابتعدت منحنيات السواء عن نقطة الأصل كلما زادت المنفعة

- **لمعدل الحدي للإحلال TMS_{xy}**: عدد الوحدات التي يتخلى أو يتنازل عنها المستهلك من السلع Y مقابل الحصول على وحدة واحدة إضافية من السلعة X. ويمكن قياسه بالعلاقة الرياضية التالية:

$$TMS\ x,y = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right|$$

$$TMS\ x,y = -\frac{dy}{dx} = \frac{UMx}{UMy}$$

- **خط الميزانية (خط الدخل):** يعبر عن مختلف التوليفات من السلعتينX وY التي يمكن للمستهلك شراؤها في حدود دخله وفي ظل الأسعار السائدة في السوق في فترة زمنية معينة

$$R = x\,Px + y\,Py$$

حيث أن:

R : يمثل دخل المستهلك.

x Px : يمثل الجزء المنفق على السلعة x.

y Py : يمثل الجزء المنفق على السلعة y.

وأن هذا الإنفاق على السلعتين x و y يجب أن لا يتجاوز مقدار الدخل R.

ومن قيد الدخل هذا يمكن استخراج معادلة خط الميزانية كما يلي:

$$y = \frac{R}{Py} - \frac{Px}{Py}\ x$$

نلاحظ أن معادلة خط الميزانية هي معادلة خطية بسيطة ميلها سالب مقداره ($-\frac{Px}{Py}$) يمكن تمثيلها في معلم متعامد ومتجانس بخط مستقيم يسمى خط الدخل أو خط الميزانية. ويمكن توضيح ذلك من خلال المثال التالي:

نفرض أن دخل المستهلك اليومي مقداره 16 دينار ينفقه على شراء السلعتين x و y والتي أسعارها على التوالي: Px=2 و Py=1، فإنه:

- ✓ إذا أنفق هذا المستهلك كل دخله على السلعة x فإنه يتحصل على 8 وحدات من x.
- ✓ بينما إذا أنفق هذا المستهلك كل دخله على السلعة y فإنه يتحصل على 16 وحدة من y.

وذلك كما يلي:

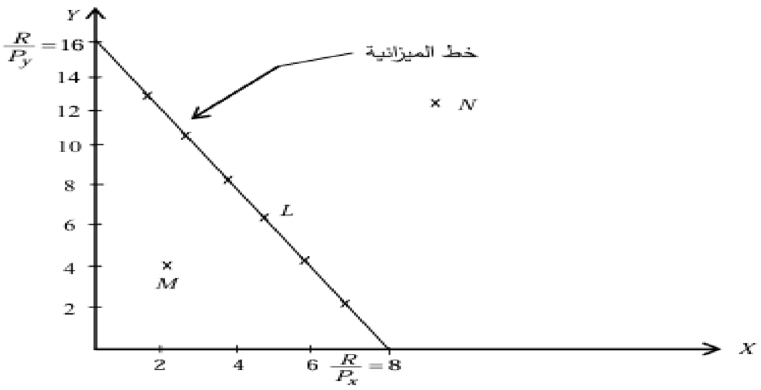
$$R = x\,Px + y\,Py \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} y = 0 & \Rightarrow \quad x = \frac{R}{Px} \\ x = 0 & \Rightarrow \quad y = \frac{R}{Py} \end{cases}$$

منه:

$$16 = 2x + 1y \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} y = 0 & \Rightarrow \quad x = \frac{16}{2} = \mathbf{8} \\ x = 0 & \Rightarrow \quad y = \frac{16}{1} = \mathbf{16} \end{cases}$$

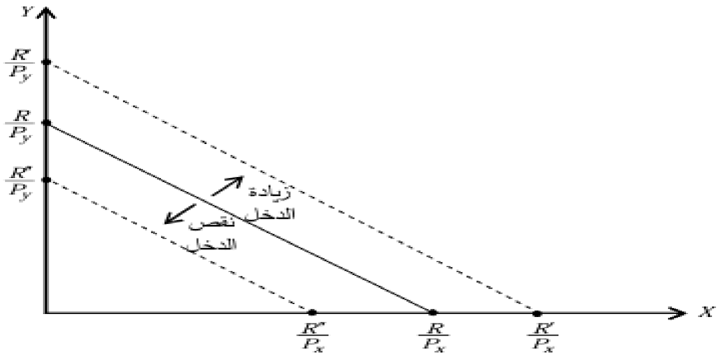
وبتوصيل هاتين النقطتين بخط مستقيم فإننا نحصل على ما يسمى بخط الميزانية أو خط الدخل، الذي يحدد لنا جميع التوليفات من السلعتين x وy التي يمكن أن يشتريها المستهلك حسب الشكل التالي:

الشكل رقم (5–8): خط الميزانية (خط الدخل)



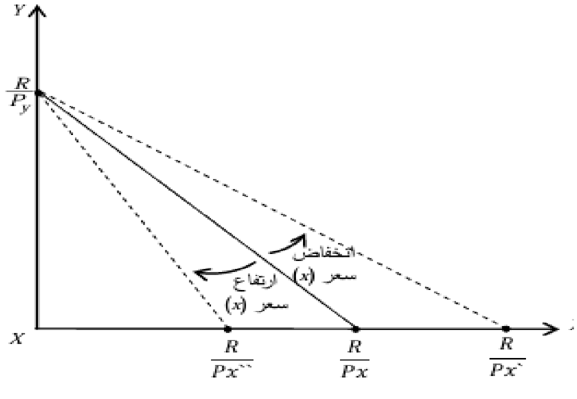
✓ انتقال خط الميزانية:

- **انتقال خط الميزانية عند تغير الدخل مع ثبات الأسعار**

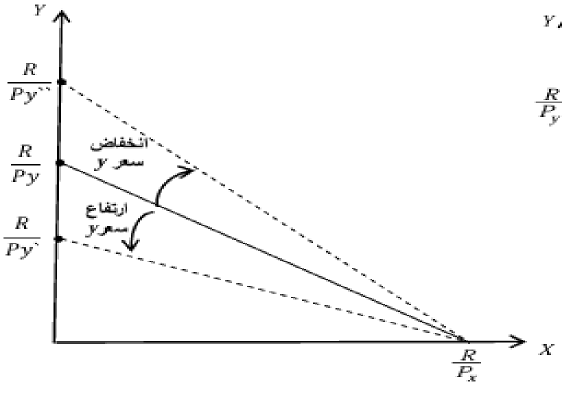


- **انتقال خط الميزانية عند تغير الأسعار مع ثبات الدخل**

الشكل رقم (5–10): إنتقال خط الميزانية عند تغير سعر السلعة x مع ثبات الدخل وسعر السلعة y

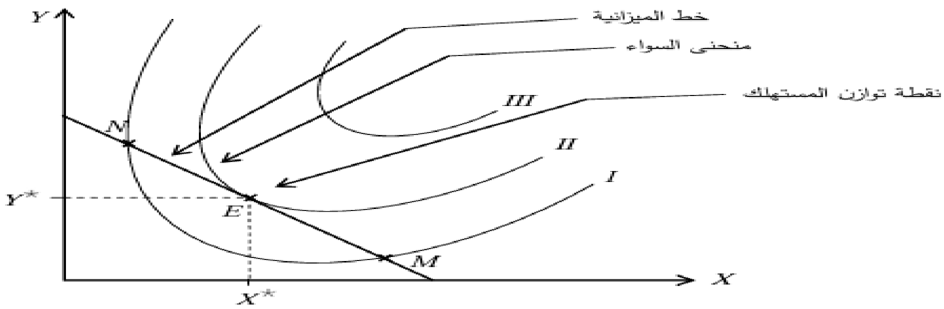


الشكل رقم (5–11): إنتقال خط الميزانية عند تغير سعر السلعة y مع ثبات الدخل وسعر السلعة x



- **توازن المستهلك:**

✓ **توازن المستهلك بيانيا (هندسيا):** اذا قمنا بتمثيل كل من خريطة السواء التي تعبر عن مستويات الاشباع، وكذا خط الميزانية الذي يعبر عن القدرات والإمكانات المادية للمستهلك على نفس المعلم، فإننا نتحصل على نقطة توازن المستهلك التي هي عبارة عن نقطة مماس خط الميزانية لأعلى منحنى سواء كما يوضحه الشكل الموالي:



✓ **توازن المستهلك رياضيا:** يتحقق توازن المستهلك رياضيا عند تعادل ميل منحنى السواء وميل خط الميزانية:

ميل خط الميزانية α يساوي: $\alpha = -\frac{Px}{Py} = \left|\frac{Px}{Py}\right|$

أما ميل منحنى السواء فهو نفسه المعدل الحدي للإحلال TMS x,y، حيث أن:

$$TMS\ x,y = -\frac{dy}{dx} = \frac{UMx}{UMy}$$

ومنه ميل منحنى السواء يساوي $(-\frac{dy}{dx})$ ويساوي $(\frac{UMx}{UMy})$

$$\frac{UMx}{UMy} = \left|\frac{Px}{Py}\right|$$

وبجعل ميل منحنى السواء مساو لميل خط الميزانية نحصل على:

$$\frac{UMx}{UMy} = \frac{Px}{Py}$$

- **منحنى استهلاك الدخل واشتقاق منحنى انجل:**

درسنا فيما سبق توازن المستهلك في بيئة ستاتيكية ثابتة أي بافتراض ثبات كل من دخل المستهلك وأسعار السلع والخدمات وكذا أذواق وتفضيلات المستهلك، لكن الواقع يشير إلى أن هذه المعطيات غير ثابتة دائما وإنما هي متغيرة وتؤثر في توازن المستهلك، لذا سنعمل على دراسة توازن المستهلك في بيئة ديناميكية بناءا على تغير دخل المستهلك وكيفية تأثير ذلك على توازن المستهلك أولا ثم ننتقل لدراسة توازن المستهلك بناءا على تغير سعر إحدى السلعتين وكيفية تأثير ذلك على التوازن ثانيا.

1.4: منحنى استهلاك – الدخل:

يبين منحنى استهلاك – الدخل الأثر الذي يحدثه تغير الدخل بالزيادة أو النقصان على عدد الوحدات المستهلكة من السلع والخدمات، بافتراض ثبات أسعار السلع والخدمات وأذواق المستهلكين.

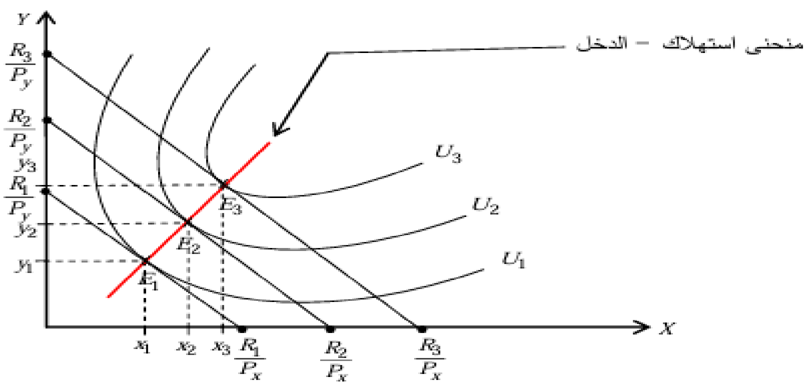
ويعرف منحنى استهلاك – الدخل على أنه "عبارة عن مجموعة نقاط الإستهلاك المثلى عندما يتغير الدخل فقط".[1]

وبتعبير أدق يعرف منحنى استهلاك – الدخل على أنه " المحل الهندسي لنقط توازن المستهلك الناتجة عن تغير دخل المستهلك دون غيره ".[2]

القاعدة العامة أن زيادة الدخل تؤدي إلى زيادة الكميات المشتراة من السلعتين والعكس عند انخفاض الدخل يؤدي إلى نقص الكميات المشتراة من السلعتين وتعتبر السلعتين في هذه الحالة عاديتين، إلا أن هناك بعض الإستثناءات أين نجد أن زيادة الدخل تؤدي إلى انخفاض الكمية المشتراة من إحدى السلعتين وتعتبر هذه السلعة في هذه الحالة سلعة رديئة (دنيا).

ويمكن تمثيل أثر تغيرات الدخل بالزيادة على الوضعيات التوازنية للمستهلك بيانيا من خلال الشكل الموالي:

الشكل (5−13): منحنى استهلاك − الدخل



- أمثلة:

التمرين الأول:

يتحدد مستوى الإشباع لمستهلك ما من خلال استهلاكه لكميات معينة من السلعتين x و y، حيث أن أسعار السلعتين x و y هما على التوالي: $Px = 18$، $Py = 12$، أما R فهو دخل المستهلك.

المطلوب:

1. إذا كان منحنى السواء الذي يتحرك عليه المستهلك معطى بالدالة: $y = \frac{6}{x}$:

− حدد معادلة خط الميزانية.

− حدد إحداثيات النقطة التي يمس فيها منحنى السواء خط الميزانية؟ وماذا تمثل هذه الإحداثيات؟

2. أحسب قيمة الدخل R الذي يجب تخصيصه للاستهلاك.

3. مثل نقطة توازن المستهلك بيانيا.

الحل:

1. 1: تحديد معادلة خط الميزانية:

يتم تحديد معادلة خط الميزانية مباشرة من قيد الدخل:

$$R = x P_x + y p_y \rightarrow R = 18x + 12y$$

$$\rightarrow 12y = R - 18x$$

$$\rightarrow y = \frac{R}{12} - \frac{18}{12}x$$

$$\rightarrow y = \frac{R}{12} - \frac{3}{2}x$$

2.1: تحديد إحداثيات النقطة التي يمس فيها منحنى السواء خط الميزانية:

عند هذه النقطة يكون:

ميل منحنى السواء = ميل خط الميزانية

✓ **إيجاد ميل منحنى السواء :**

$$TMS\ x,y = \frac{\delta y}{\delta x} = -\frac{6}{x^2}$$

✓ **إيجاد ميل خط الميزانية:**

من معادلة خط الميزانية نقوم باستخراج ميلها كما يلي:

$$\alpha = -\frac{Px}{Py} = -\frac{18}{12} = -\frac{3}{2}$$

منه لدينا:

ميل منحنى السواء = ميل خط الميزانية

$$-\frac{3}{2} = -\frac{6}{x^2}$$

$$3x^2 = 12$$

$$x^2 = \frac{12}{3}$$

$$x^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x = 2}$$

نقوم بتعويض x مباشرة في دالة منحنى السواء لإيجاد y:

$$y = \frac{6}{x} = \frac{6}{2} = 3 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{y = 3}$$

منه إحداثيات النقطة التي يمس فيها منحنى السواء خط الميزانية هي:

$$\mathbf{(x, y) = (2, 3)}$$

تمثل هذه الإحداثيات نقطة توازن المستهلك أي الكميات المستهلكة من السلعتين x و y والتي تحقق للمستهلك أقصى مستوى من الإشباع.

2. حساب قيمة الدخل R:

نعوض قيم x و y وكذا الأسعار Px و Py في قيد الدخل نجد قيمة R كما يلي:

$R = x P_x + y p_y \Rightarrow R = 2(18) + 3(12) \Rightarrow R = 36 + 36 \Rightarrow \mathbf{R = 72}$ ون

3. تمثيل نقطة توازن المستهلك بيانيا:

أولا: إيجاد معادلة خط الميزانية

$$y = \frac{R}{12} - \frac{3}{2}x$$

$$y = \frac{72}{12} - \frac{3}{2}x$$

$$y = 6 - \frac{3}{2}x$$

ثانيا: رسم خط الميزانية

لدينا إحداثيات مساعدة لرسم خط الميزانية:

$$\mathbf{y = 6 - \frac{3}{2}x} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} y = 0 \Rightarrow x = 4 \\ x = 0 \Rightarrow y = 6 \end{cases}$$

ثالثا: رسم منحنى السواء:

لدينا معادلة منحنى السواء من الشكل: $y = \frac{6}{x}$

X	1	2	3	4
Y	6	3	2	1.5